Machine Learning	**Matricola: ____________________**
17-Lug-2017 (90 minuti)	**Cognome: __________ Nome: ____________**

1) Che cosa sono i criteri di clustering? Fare un esempio.

Pag. 4-5 delle dispense “Clustering”

2) Come opera un livello di pooling in una CNN?

Pag. 16 delle dispense “Deep Learning”

3) Nell'ambito dell'apprendimento automatico cosa si intende per generalizzazione e overfitting?

Pag. 22- 23 delle dispense "Fondamenti"

4) Qual è l'obiettivo di una tecnica di regressione?

Pag. 2 delle dispense "Regressione"

Machine Learning **17-Lug-2017 (90 minuti)**	**Matricola: ____________________** **Cognome: __________ Nome: ____________**

5) Un multiclassificatore, composto da 3 classificatori combinati a livello di decisione utilizzando Borda count come tecnica di fusione, viene utilizzato per riconoscere pattern appartenenti a 4 classi. Nella tabella seguente sono riportati i ranking restituiti dai singoli classificatori (C_i) dati in input 3 diversi pattern ($\boldsymbol{p}_j$). Completare la tabella nell'ipotesi che alla prima classe siano assegnati 10 punti, alla seconda 7, alla terza 5 e alla quarta 2.

	C_1				C_2				C_3			
$\boldsymbol{p}_1$	4	2	1	3	2	4	1	3	1	4	2	3
$\boldsymbol{p}_2$	1	2	3	4	1	3	2	4	2	1	3	4
$\boldsymbol{p}_3$	3	2	4	1	2	4	3	1	3	2	1	4

	Punteggi Classi				**Classe scelta**
	1	**2**	**3**	**4**	
$\boldsymbol{p}_1$	20	22	6	24	4
$\boldsymbol{p}_2$	27	22	17	6	1
$\boldsymbol{p}_3$	9	24	25	14	3

6) Data un rete neurale MLP a 3 livelli con bias composta da:

- 6 neuroni di Input
- 8 neuroni Intermedi
- 5 neuroni di Output

Calcolare, motivandone la risposta, il numero di pesi totale.

<u>Svolgimento</u>

Nel caso di una rete neurale MLP il numero di pesi è pari al numero di connessioni presenti. Il numero di connessioni (e quindi di pesi) presenti tra due livelli consecutivi (i e $i+1$) si può calcolare come il prodotto del numero di neuroni del livello i per il numero di neuroni del livello $i+1$. Nel caso dell'utilizzo del bias, il numero di neuroni di ogni livello i dovrà essere incrementato di uno.

Pertanto il numero totale di pesi sarà pari a: $(6+1)\cdot 8 + \ (8+1)\cdot 5 = 101$.

7) Date due distribuzioni multinormali identificate dai seguenti parametri:

$\boldsymbol{\mu}_0 = \begin{bmatrix} 10{,}90 \\ -0{,}43 \end{bmatrix}$

$\boldsymbol{\Sigma}_0^{-1} = \begin{bmatrix} 1{,}53 & 1{,}27 \\ 1{,}27 & 1{,}61 \end{bmatrix}$

$|\boldsymbol{\Sigma}_0| = 1{,}170996$

$P(w_0) = 0{,}55$

$\boldsymbol{\mu}_1 = \begin{bmatrix} 2{,}87 \\ 2{,}90 \end{bmatrix}$

$\boldsymbol{\Sigma}_1^{-1} = \begin{bmatrix} 0{,}41 & -0{,}14 \\ -0{,}14 & 0{,}35 \end{bmatrix}$

$|\boldsymbol{\Sigma}_1| = 8{,}005816$

$P(w_1) = 0{,}45$

Nell'ipotesi dell'impiego di un classificatore di Bayes multinormale, calcolare per il punto $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 7{,}05 \\ 0{,}96 \end{bmatrix}$:

le densità di probabilità condizionali;

- le probabilità a posteriori;
- l'indice della classe restituita in output.

Si ricorda che la densità di probabilità, nel caso della distribuzione multinormale è:

$$p(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{d}{2}} \cdot |\boldsymbol{\Sigma}|^{\frac{1}{2}}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})^{\mathrm{t}}\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\cdot(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})}$$

Svolgimento

$\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu}_0=\begin{bmatrix}7{,}05\\0{,}96\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}10{,}90\\-0{,}43\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3{,}85\\1{,}39\end{bmatrix}$

$p(\boldsymbol{x}|w_0)=\dfrac{1}{2\pi\cdot\sqrt{1{,}170996}}\cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot[-3{,}85\quad 1{,}39]\cdot\begin{bmatrix}1{,}53 & 1{,}27\\1{,}27 & 1{,}61\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-3{,}85\\1{,}39\end{bmatrix}}$

$\begin{bmatrix}1{,}53 & 1{,}27\\1{,}27 & 1{,}61\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-3{,}85\\1{,}39\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1{,}53\cdot(-3{,}85)+1{,}27\cdot 1{,}39\\1{,}27\cdot(-3{,}85)+1{,}61\cdot 1{,}39\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4{,}1252\\-2{,}6516\end{bmatrix}$

$[-3{,}85\quad 1{,}39]\cdot\begin{bmatrix}-4{,}1252\\-2{,}6516\end{bmatrix}=(-3{,}85)\cdot(-4{,}1252)+1{,}39\cdot(-2{,}6516)=12{,}196296$

$p(\boldsymbol{x}|w_0)=0{,}147076\cdot e^{-\frac{12{,}196296}{2}}=0{,}000330$ (Densità di probabilità condizionale di $\boldsymbol{x}$ data w_0)

$\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu}_1=\begin{bmatrix}7{,}05\\0{,}96\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2{,}87\\2{,}90\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4{,}18\\-1{,}94\end{bmatrix}$

$p(\boldsymbol{x}|w_1)=\dfrac{1}{2\pi\cdot\sqrt{8{,}005816}}\cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot[4{,}18\quad -1{,}94]\cdot\begin{bmatrix}0{,}41 & -0{,}14\\-0{,}14 & 0{,}35\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}4{,}18\\-1{,}94\end{bmatrix}}$

$\begin{bmatrix}0{,}41 & -0{,}14\\-0{,}14 & 0{,}35\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}4{,}18\\-1{,}94\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0{,}41\cdot 4{,}18+(-0{,}14)\cdot(-1{,}94)\\(-0{,}14)\cdot 4{,}18+0{,}35\cdot(-1{,}94)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.9854\\-1{,}2642\end{bmatrix}$

$[4{,}18\quad -1{,}94]\cdot\begin{bmatrix}1.9854\\-1{,}2642\end{bmatrix}=4{,}18\cdot 1.9854+(-1{,}94)\cdot(-1{,}2642)=10{,}75152$

$p(\boldsymbol{x}|w_1)=0{,}056249\cdot e^{-\frac{10{,}75152}{2}}=0{,}000260$ (Densità di probabilità condizionale di $\boldsymbol{x}$ data w_1)

$p(\boldsymbol{x})=0{,}000330\cdot 0{,}55+0{,}000260\cdot 0{,}45=0{,}000299$ (Densità di probabilità assoluta dato $\boldsymbol{x}$)

$p(w_0|\boldsymbol{x})=\frac{0{,}000330\cdot 0{,}55}{0{,}000299}=0{,}608$ (Probabilità a posteriori di w_0 dato $\boldsymbol{x}$)

$p(w_1|\boldsymbol{x})=\frac{0{,}000260\cdot 0{,}45}{0{,}000299}=0{,}392$ (Probabilità a posteriori di w_1 dato $\boldsymbol{x}$)

Indice della classe restituita: **0**