Machine Learning
20-Gen-2017 (90 minuti)

Matricola: ____________________
Cognome: __________ Nome: ____________

1) Qual è il principio su cui si basa il classificatore SVM? Cosa si intende per margine?

Pag. 2-3 delle dispense “Classificazione (2)”

2) Perché le recenti reti neurali deep sono più efficaci delle MLP a tre livelli?

Pag. 2, 6, 7 delle dispense “Deep Learning”

3) Fare esempi pratici di pattern numerici, categorici e di sequenze.

Pag. 3-4 delle dispense “Fondamenti”

4) Nella regressione cosa si intende per variabile indipendente e variabile dipendente?

Pag. 2 delle dispense “Regressione”

5) Data una rete neurale MLP a 3 livelli con bias composta da:

- 6 neuroni per l'input layer
- 8 neuroni per l'hidden layer
- 5 neuroni di output

Quante somme e moltiplicazioni sono necessarie per il passo forward di un generico pattern trascurando le operazioni effettuate dalla funzione di attivazione? Motivare la risposta riportando anche il numero di operazioni per livello.

<u>Svolgimento</u>

Per ogni neurone del livello corrente si deve calcolare la seguente formula:

$$net_i = \sum_{j=1..d} w_{ji} \cdot in_j + w_{0i}$$

che comprende una moltiplicazione e una somma per ogni neurone del livello precedente più la somma finale del bias. Pertanto:

Numero operazioni livello hidden: $\overbrace{8}^{\text{Neuroni livello corrente}} \cdot (\overbrace{6}^{\text{Una moltiplicazione per ogni neurone livello precedente}} + \overbrace{6}^{\text{Una somma per ogni neurone livello precedente}} + \overbrace{1}^{\text{Somma Bias}}) = 104$

Numero operazioni livello di output: $5 \cdot (8 + 8 + 1) = 85$

<u>NOTA:</u> Il calcolo a lato è eseguito trascurando il fatto che un'implementazione ottimizzata della sommatoria potrebbe evitare una somma per il primo elemento della sommatoria (somma con 0).

Totale: **189**

6) Dato un insieme di pattern bi-dimensionali composto da 5 elementi:

$$\left\{ \begin{bmatrix} 6,1 \\ 8,1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6,5 \\ 1,9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8,8 \\ 4,2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5,2 \\ 9,7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0,8 \\ 5,4 \end{bmatrix} \right\}$$

Calcolare il vettore medio ($\boldsymbol{\mu}$) e la matrice di covarianza ($\boldsymbol{\Sigma} = [\sigma_{ij}]$).

Si ricorda che ogni elemento della matrice di covarianza può essere calcolato come
$\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(\mathrm{x}_{ki} - \mu_i) \cdot (\mathrm{x}_{kj} - \mu_j)$
dove x_{km} è l'*m*-esimo elemento del *k*-esimo pattern, e *n* il numero di pattern.

<u>Svolgimento</u>

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \dfrac{6,1 + 6,5 + 8,8 + 5,2 + 0,8}{5} \\ \dfrac{8,1 + 1,9 + 4,2 + 9,7 + 5,4}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,5 \\ 5,9 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 6,9 & -1,4 \\ -1,4 & 7,7 \end{bmatrix}$$

7) Dato un insieme di pattern bi-dimensionali composto da 6 elementi:

$$\mathbf{p_1} = \begin{bmatrix} 7,7 \\ 4,0 \end{bmatrix}, \mathbf{p_2} = \begin{bmatrix} 1,7 \\ 9,9 \end{bmatrix}, \mathbf{p_3} = \begin{bmatrix} 1,1 \\ 3,1 \end{bmatrix}, \mathbf{p_4} = \begin{bmatrix} 8,0 \\ 4,5 \end{bmatrix}, \mathbf{p_5} = \begin{bmatrix} 2,2 \\ 0,1 \end{bmatrix}, \mathbf{p_6} = \begin{bmatrix} 7,7 \\ 0,3 \end{bmatrix}$$

Effettuare la prima iterazione dell'algoritmo K-means supponendo di dover raggruppare i pattern in 2 cluster rappresentati dai seguenti centroidi:

$$\mathbf{c_1} = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 5,1 \end{bmatrix}, \mathbf{c_2} = \begin{bmatrix} 3,8 \\ 2,8 \end{bmatrix}$$

Riportare il cluster di appartenenza di ogni pattern e le coordinate dei nuovi centroidi calcolate in seguito all'iterazione svolta.

Svolgimento

$Cluster_1 = \{\mathbf{p_2}, \mathbf{p_3}\}$

$Cluster_2 = \{\mathbf{p_1}, \mathbf{p_4}, \mathbf{p_5}, \mathbf{p_6}\}$

$$\mathbf{c_1}' = \begin{bmatrix} 1,4 \\ 6,5 \end{bmatrix}, \mathbf{c_2}' = \begin{bmatrix} 6,4 \\ 2,2 \end{bmatrix}$$