Ricerca di outlier

Prof. Matteo Golfarelli
Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

Ricerca di Anomalie/Outlier

- Cosa sono gli outlier?
  - ✓ L'insieme di dati che sono considerevolmente differenti dalla maggior parte dei dati
- Formulazioni alternative del problema di ricerca di outlier:
  - ✓ Dato un database D, trovare tutti i punti **x** $\in$ D con un *livello di anomalia* superiore a una soglia t
  - ✓ Dato un database D, trovare tutti i punti **x** $\in$ D che presentano i top-n livelli di anomalia
  - ✓ Dato un database D, contenente principalmente punti "normali"(ma non classificati come tali), e un punto di test **x**, calcolare il livello di anomalia per **x** rispetto a D
- Applicazioni:
  - ✓ Identificazioni di frodi nell'uso di carte di credito, intrusioni in una rete, identificazione di errori, pulizia di dati

Cause delle anomalie

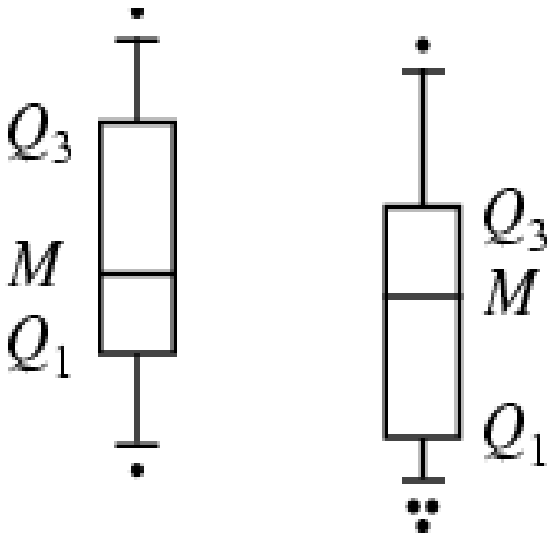
- Dati da classi differenti: un oggetto può risultare differente poiché appartenente a una diversa classe
  - ✓ Il truffatore che ha rubato una carta di credito segue un pattern di acquisto diverso da quello del legittimo proprietario
  - ✓ Anomalie di questo tipo sono spesso l'oggetto della ricerca
- Variazioni naturali: molti fenomeni possono essere modellati con distribuzioni probabilistiche in cui esiste, anche se molto ridotta, la probabilità che si verifichi un fenomeno con caratteristiche molto differenti dagli altri
  - ✓ Una persona alta 210cm non è anomala perché appartenete a una classe diversa, ma perché la sua caratteristica altezza assume un valore "estremo" rispetto alla popolazione
  - ✓ Anomalie di questo tipo sono spesso di interesse e oggetto di studio
- Errori di misurazione: dovuti a errori umani o dei dispositivi
  - ✓ La ricerca di questo tipo di anomalia è finalizzata all'esclusione dal data set dato che rappresenta un rumore che può pregiudicare la qualità dei risultati di analisi

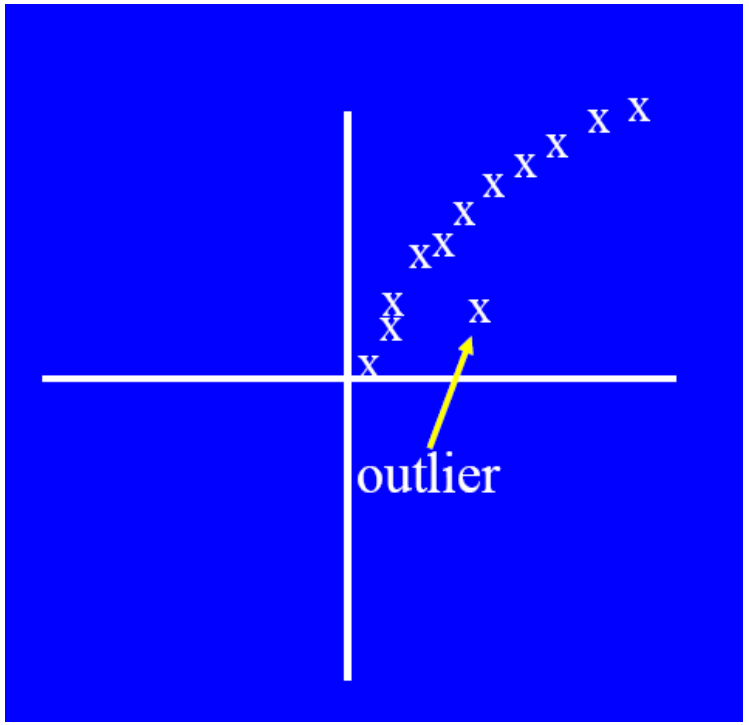
Ricerca di Anomalie/Outlier

- Elementi di complessità
  - ✓ Quanti outlier ci sono nei dati?
  - ✓ Il problema richiede normalmente tecniche non supervisionate
    - La validazione è spesso molto complessa come nel caso del clustering
- Assunzioni:
  - ✓ Il numero delle osservazioni “normali” è largamente superiore a quelle “anormali”
- Approccio generale
  - ✓ Costruisci un profilo del comportamento “normale”
    - Un profilo può essere definito tramite pattern o statistiche riassuntive della popolazione
  - ✓ Utilizza il profilo “normale” per individuare le anomalie

Approcci grafici

- Analisi manuale dei dati svolta con il supporto di opportune tecniche di visualizzazione
  - ✓ Boxplot (1-D), grafici a dispersione (2-D), ecc.
- Limiti
  - ✓ Può richiedere molto tempo
  - ✓ Soggettivo
  - ✓ Di difficile applicazine a dati multidimensionali

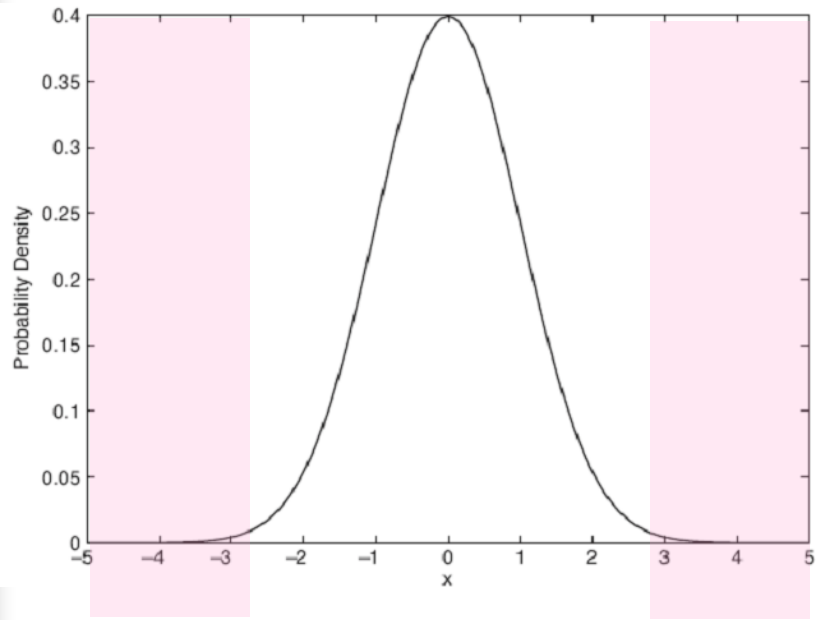


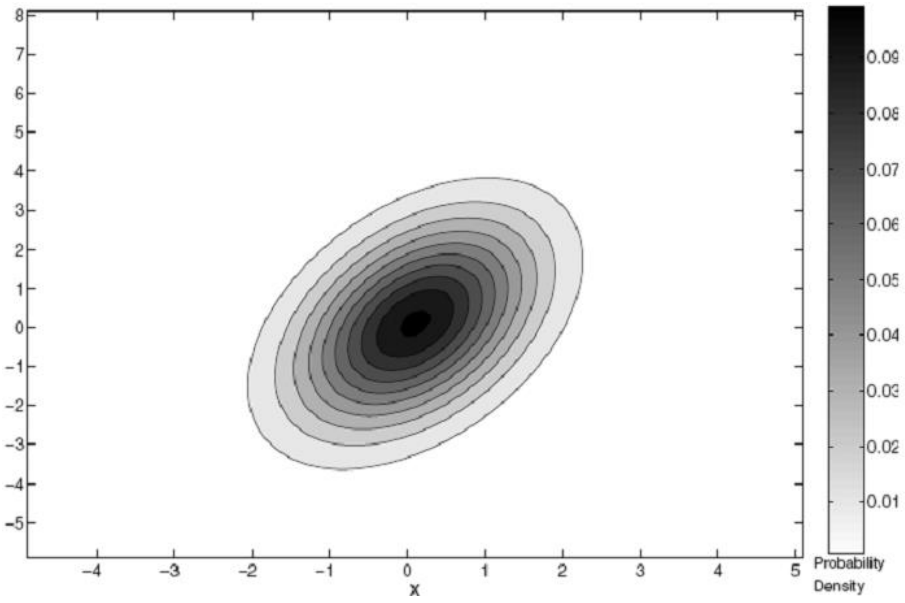


Approcci statistici

- Assumendo l'esistenza di un modello parametrico che descrive la distribuzione dei dati (es. Distribuzione gaussiana)

- Si esegue un test statistico in cui si fissano
  - ✓ I parametri della distribuzione (es. media e StdDev)
  - ✓ Il numero atteso di outlier o equivalentemente un valore di soglia di probabilità
  - ✓ I punti che presentano una probabilità sufficientemente ridotta sono considerati outlier





Limiti degli approcci statistici

- La maggioranza dei test è per distribuzioni mono dimensionali
- In molti casi le distribuzioni non sono note
- Per dati multidimensionali con elevata dimensionalità può essere molto difficile stimare la distibuzione dei dati con accuratezza

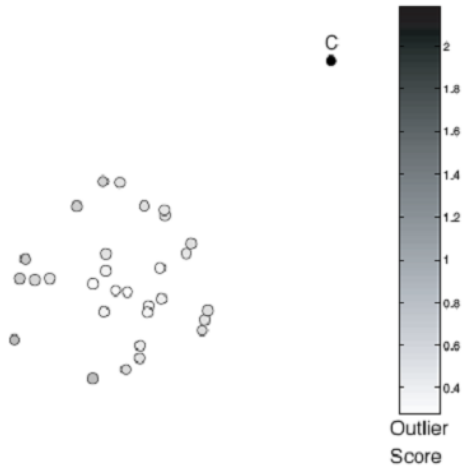
Approcci basati sulla distanza

- I dati sono rappresentati da vettori di caratteristiche
- Un dato rappresenta un outlier se è distante dalla maggioranza degli altri punti
  - ✓ Questa definizione è più facilmente applicabile a dataset reali dato che è più semplice identificare un'appropriata misura di prossimità/distanza piuttosto che una precisa distribuzione dei dati

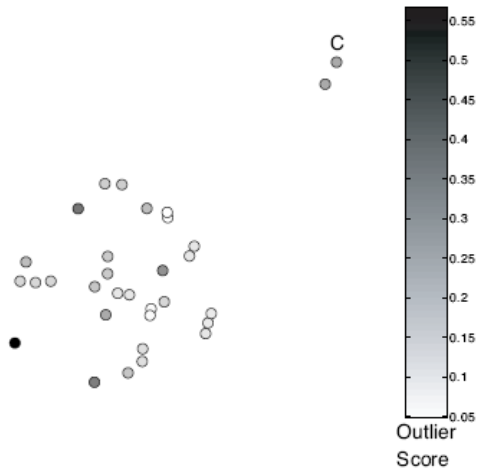
- Def. di outlier basato sulla distanza: il punteggio di outlier di un punto **x** è calcolato come distanza del suo k-nearest neighbor
  - ✓ Il punteggio dipende dal valore di k
    - Se k è troppo piccolo un insieme di outlier vicini possono determinare un punteggio di outlier basso ed essere considerati un cluster normale
    - Se k è troppo grande al contrario tutti i punti di un cluster normale possono diventare outlier

- Per rendere l'approccio più robusto rispetto al valore di k conviene utilizzare come score la media della distanza del punto dai primi k-nearest neighbor

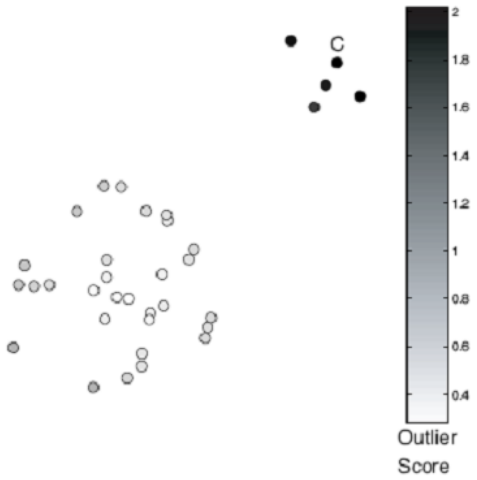
Approcci basati sulla distanza



k=1



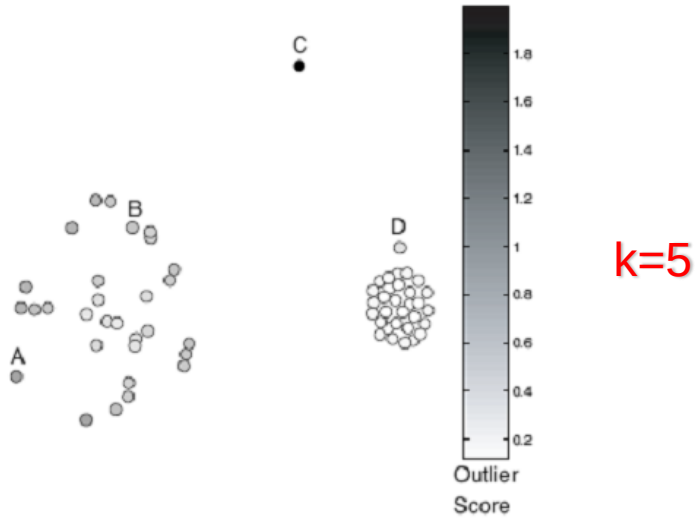
k=1



k=5 In questo caso se si fosse utilizzato come score la media dei primi 5 neighbor, il punteggio di c sarebbe risultato più basso

Approcci basati sulla distanza

- Hanno complessità $O(N^2)$ con N numero dei punti nel dataset
- Sono sensibile alla scelta di k
- Non possono gestire dataset con densità variabile dei dati



k=5

- Il punto C viene correttamente individuato, ma come deve essere considerato il punto D?

Approcci basati sulla densità

- Def. di outlier basata sulla densità: un outlier è un elemento del data set posizionato in una zona a bassissima densità
  - ✓ Gli approcci basati sulla densità sono simili a quelli basati sulla distanza dato che la densità è definita in temini di distanza di un punto dai suoi vicini

- La densità di un elemento **x** di un dataset D è calcolata come l'inverso della media delle distanze dai suoi k-nearest neighbor

$$\text{density}(\mathbf{x}, k) = \left(\frac{\sum_{\mathbf{y} \in \text{N}(\mathbf{x},k)} \text{distance}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{|\text{N}(\mathbf{x}, k)|} \right)^{-1}$$

dove N(**x**,*k*) è l'insieme dei k-nearest neighbor di **x** e |… | denota la cardinalità dell'insieme

  - ✓ In alternativa potrebbe essere utilizzato il concetto di densità utilizzato in DBSCAN

Approcci basati sulla densità

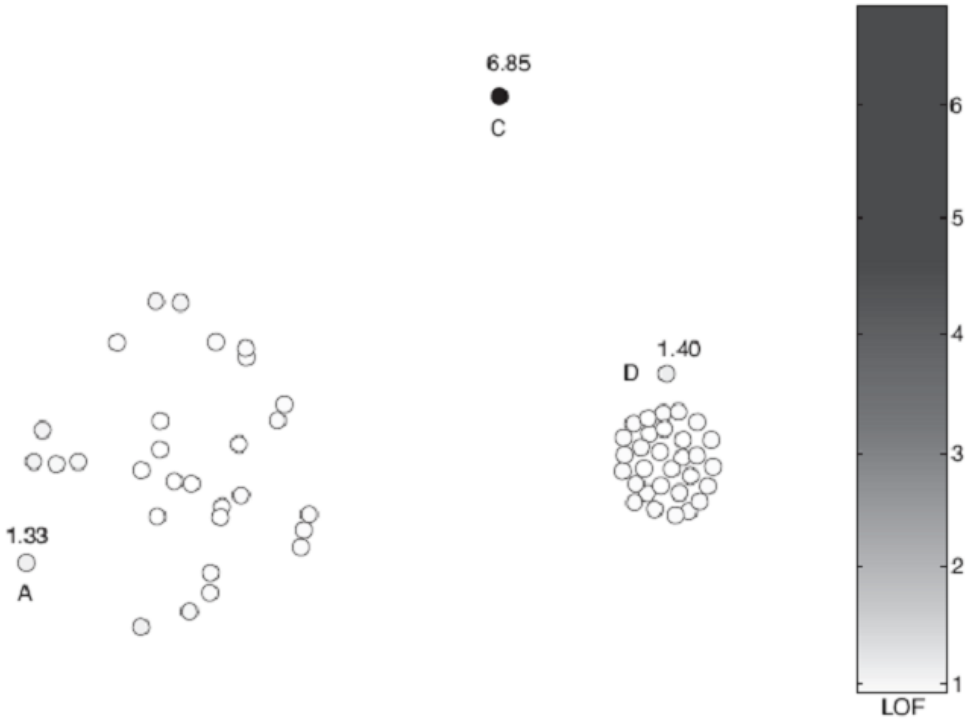
- La precedente definizione di densità presenta gli stessi limiti delle tecniche basate sul concetto di distanza/prossimità: non permette di gestire dataset con densistà eterogenee

- Per superare questo limite è necessario definire il concetto di densità relativa definita in funzione della densità dei suoi vicini

$$\mathrm{AVGRelDens\ ity}(\mathbf{x},k)=\frac{\mathrm{density}(\mathbf{x},k)}{\frac{1}{|\mathrm{N}(\mathbf{x},k)|}\sum_{\mathbf{y}\in \mathrm{N}(\mathbf{x},k)}\mathrm{density}(\mathbf{y},k)}$$

Approcci basati sulla densità

- Utilizzando il concetto di densità relativa è possibile identificare efficacemente gli outlier anche per data set con densità variabile
- La densità relativa è utilizzata per misurare localmente la tendenza di un punto a essere un oulier Local Outlier Factor (LOF)



Outlier in spazi con elevata dimensionalità

- L'individuazione di regioni a bassa densità avviene comparando la densità effettiva della regione con la densità che dovrebbe avere la regione assumendo distribuzione uniforme dei punti nello spazio

- Dividi i valori di ognuno dei d attributi in intervalli equi-eight ϕ
  - ✓ A ogni intervallo sarà associata una frazione $f = 1/\phi$ del numero totale dei record
- Consideriamo ora una qualsiasi proiezione k-dimensionale ottenuta scegliendo k dei d attributi
  - ✓ La suddivisione dei valori degli attributi in intervalli determina delle celle k-dimensionali
  - ✓ Ipotizzando indipendenza tra i diversi attributi e distribuzione uniforme dei dati a ogni cella sarà associata una frazione f^k dei record
  - ✓ Se il dataset contiene N record, ogni cella sarà associata in media a $N \times f^k$ record
  - ✓ Il numero medio di record nella cella ($N \times f^k$), per il teorema del limite centrale, segue una distribuzione gaussiana con DevStd

$$\sqrt{N \cdot f^k \cdot (1 - f^k)}$$

Outlier in spazi con elevata dimensionalità

- Consideriamo ora una specifica proiezione k-dimensionale che utilizza un insieme **K** di attributi (|**K**|=k).
  - ✓ Dato che nella pratica i dati non sono uniformente distribuiti a ogni cella **C** della proiezione sarà associata un certo numero di record n(**C**).
  - ✓ Ogni cella **C** è definita da una coppia di coordinate per ognuna delle k dimensioni coinvolte nella proiezione

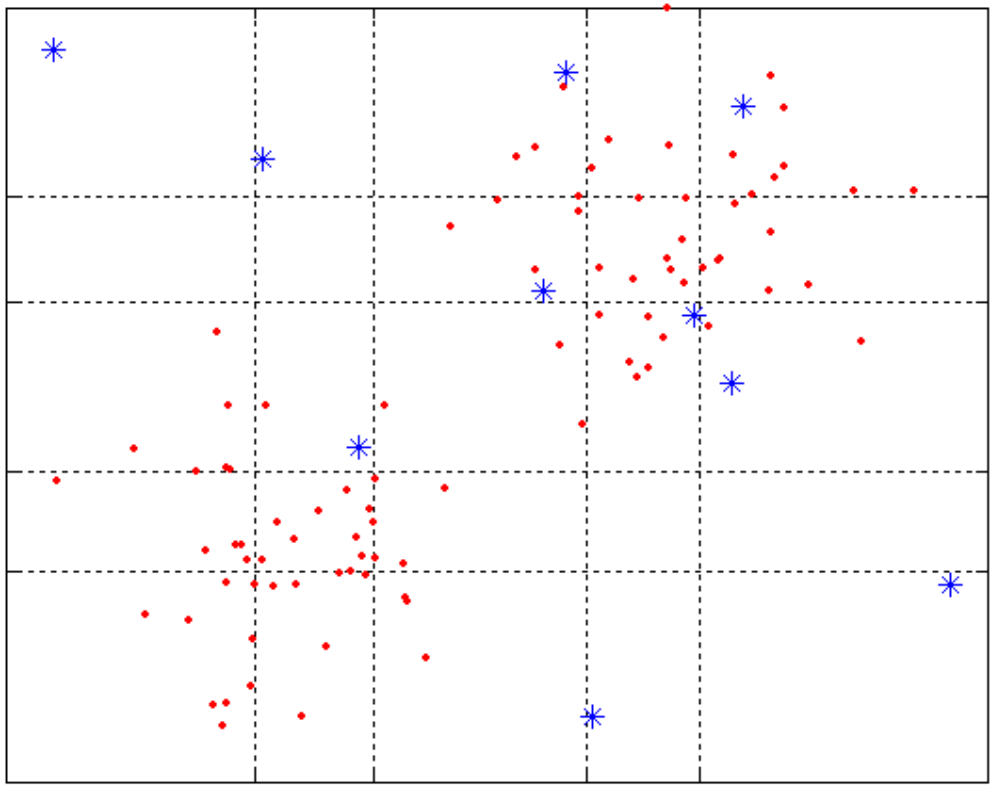
- La sparsità della cella **C** può essere definita come:

$$S(\mathbf{C}) = \frac{n(\mathbf{C}) - N \cdot f^k}{\sqrt{N \cdot f^k \cdot (1 - f^k)}}$$

  - ✓ Valori negativi di sparsità indicano celle con un numero di punti minore di quello atteso
  - ✓ Dividendo per la StdDev si pesano diversamente gli scostamenti dai valori attesi in base all'ampiezza della distribuzione normale

Outlier in spazi con elevata dimensionalità

- Proiettando 100 record multidimensionali su uno spazio 2-dimensionale si ottiene il seguente risultato
  - ✓ I punti in azzurro sono i punti etichettati come outlier da un esperto del dominio



N=100, $\phi = 5$

f = 1/5 = 0.2

$N \times f^2 = 4$